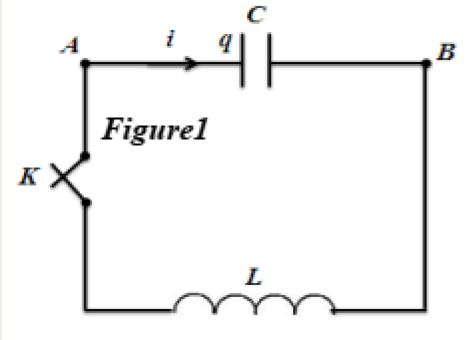
Série 3 : Dipôle RLC

EXERCICE 1 :

Un circuit électrique LC est constitué par :

- Un condensateur, de capacité C.
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.
- Un interrupteur K (figure 1).



On charge le condensateur (K ouvert) puis à la date $t = 0$ s, on ferme l'interrupteur K.

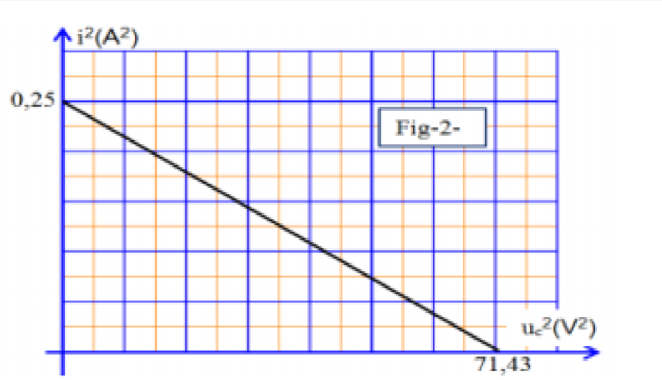
1.

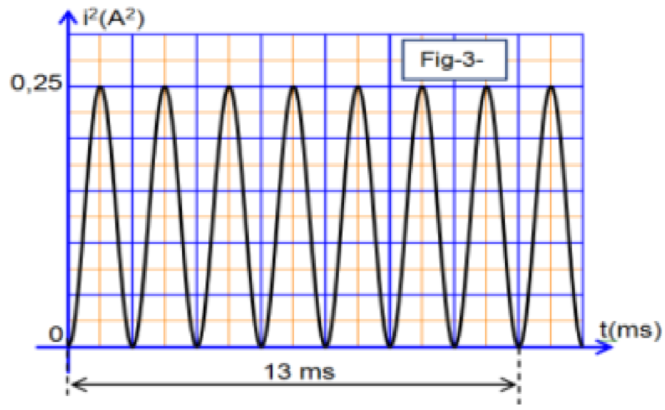
1. Établir l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur.
2. Montrer que $u_C(t) = U_{\max}\sin(\omega_0 t + \varphi_{u_C})$ est une solution de l'équation différentielle à la condition que $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$. Déduire l'expression de la période propre T_0 des oscillations.
3. Déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant électrique en fonction de $U_{\max}, C, \omega_0$ et φ_{u_C}.
4. En déduire que $i^2 = -\frac{C}{L}u_C^2 + \frac{C}{L}U_{\max}^2$.

2.

À l'aide d'un dispositif informatisé on a pu tracer :

- La courbe représentant l'évolution, au cours du temps, de i^2 en fonction de u_C^2 (figure 2).
- La courbe qui représente l'évolution de i^2 en fonction du temps (figure 3).



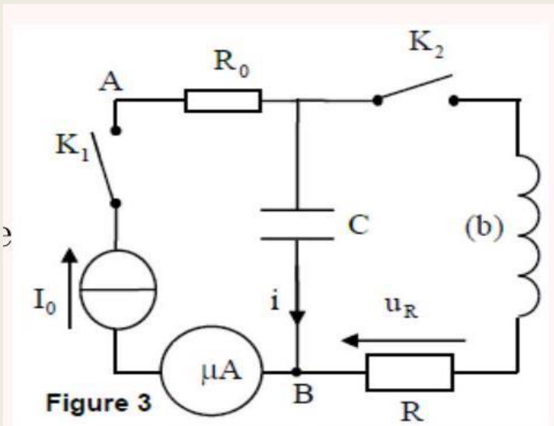


5. En exploitant le graphe :
   - de la figure 2, prélever $I_{\max}$ et $U_{\max}$.
   - de la figure 3, trouver la valeur de la pulsation propre ω_0 et la phase initiale de la tension u_C.
6. Calculer C et L. Déduire la valeur de l'énergie électrique emmagasinée initialement dans le condensateur.

EXERCICE 2 : Étude du dipôle RLC

On réalise le montage, représenté dans la figure 1, comportant :

- Un générateur idéal de courant ;
- Un microampèremètre ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance R_0 et $R = 40\Omega$;
- Une bobine (b) d'inductance L $= 0{,}6$H et de résistance interne $r = 8\Omega$;
- Deux interrupteurs K_1 et K_2.
- Un condensateur de capacité C, non chargé initialement ;



On ferme l'interrupteur K_1 à l'instant de date t $= 0$. L'intensité

du courant indiquée par le microampèremètre est $I_0 = 4\mu$A.
Lorsque la tension entre les bornes du condensateur prend la valeur $u_C = U_0$, on ouvre K_1 et on ferme K_2 à un instant pris comme nouvelle origine des dates (t = 0). Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_R(t)$ (fig.5). (la droite (T1) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.)

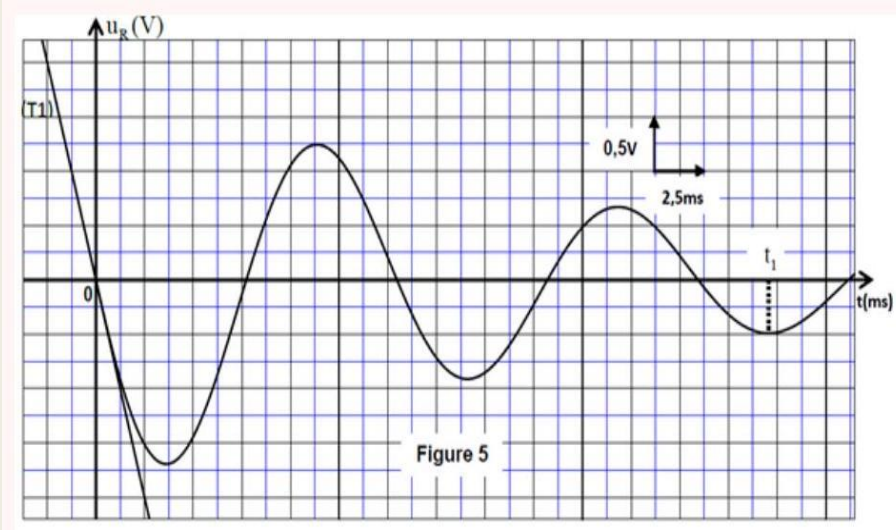
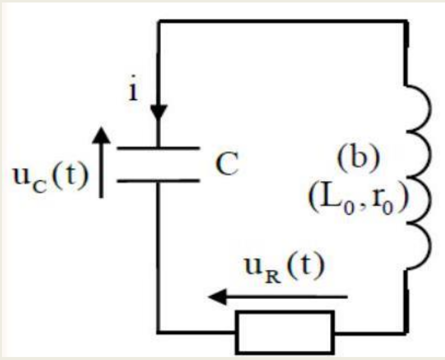


Figure 5

1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge q du condensateur.
2. Exprimer $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R, r et i(t); E_t représente l'énergie totale du circuit à un instant t et i l'intensité du courant circulant dans le circuit au même instant.
3. Montrer que $U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ où $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ représente la dérivée par rapport au temps de u_R à t = 0. Calculer U_0.
4. Trouver $|E_J|$ l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants t = 0 et $t = t_1$(fig.5).

EXERCICE 3: Décharge d'un condensateur dans le dipôle RL

On monte en série à un instant de date t = 0 un condensateur de capacité $C = 14{,}1\mu F$, totalement chargé, avec une bobine (b) d'inductance $L_0 = 0{,}18H$ et de résistance interne $r_0 = 5\Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 20\Omega$ (figure 1).
Un système de saisie informatique approprié permet de tracer la courbe représentant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la courbe représentant la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique (figure 2).



1. Quel est parmi les trois régimes d'oscillations, celui qui correspond aux courbes obtenues sur la figure 4 ?
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.
3. Trouver l'énergie $|E_j|$ dissipée par effet joule dans le circuit entre les deux instants $t_1 = 0$ et $t_2 =$ 14 ms.