Noyaux, masse et énergie

Équivalence masse-énergie

Relation d'Einstein

En 1905, Einstein établit dans sa théorie de la relativité restreinte le principe fondamental d'équivalence entre masse et énergie :

$$E = m \cdot c^2$$

- E : énergie de masse (en joules, J)
- m : masse au repos (en kilogrammes, kg)
- c : vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3.0 \times 10^8$ m/s)

Conséquences

Pour un système isolé :

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

- Si $\Delta m < 0$: le système libère de l'énergie (exothermique)
- Si $\Delta m > 0$: le système absorbe de l'énergie (endothermique)

Unités adaptées

À l'échelle nucléaire :

- **Électronvolt** : $1\ eV = 1.60 \times 10^{-19}\ J$
- **Mégaélectronvolt** : $1\ MeV = 1.60 \times 10^{-13}\ J$
- **Unité de masse atomique** : $1\ u = \frac{M(^{12}C)}{12 N_A} = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$

Exemple calculé

Énergie de masse d'un proton :

$$\begin{aligned} m_p &= 1.67 \times 10^{-27}\ kg \\ E &= m_p \cdot c^2 = 1.67 \times 10^{-27}\ kg \times (3.0 \times 10^8\ \text{m/s})^2 \\ &= 1.50 \times 10^{-10}\ J \\ &= \frac{1.50 \times 10^{-10}\ J}{1.60 \times 10^{-13}\ J/MeV} = 939\ MeV \end{aligned}$$

Énergie de liaison du noyau

Défaut de masse

Pour un noyau $^A_Z X$:

$$\Delta m = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{noyau}}$$

- $\Delta m > 0$ Toujours (la masse du noyau est inférieure à la somme de ses nucléons)
- Interprétation : énergie libérée lors de la formation du noyau

Exemple :

Calcul pour l'hélium 4 ($_{2}^{4}He$) :

$$\begin{aligned} m_p &= 1.67265 \times 10^{-27}\ kg \\ m_n &= 1.67496 \times 10^{-27}\ kg \\ m(^4He) &= 6.6447 \times 10^{-27}\ kg \\ \Delta m &= 2m_p + 2m_n - m(^4He) \\ &= (2 \times 1.67265 + 2 \times 1.67496 - 6.6447) \times 10^{-27} \\ &= 5.05 \times 10^{-29}\ kg \end{aligned}$$

Énergie de liaison

$$E_l = \Delta m \cdot c^2$$

Application numérique :

$$\begin{aligned} E_l &= 5.05 \times 10^{-29}\ kg \times (3.0 \times 10^8\ \mathrm{m/s})^2 \\ &= 4.54 \times 10^{-12}\ J \\ &= 28.4\ MeV \end{aligned}$$

Interprétation physique

- Énergie nécessaire pour dissocier le noyau en nucléons isolés
- Énergie libérée lors de la formation du noyau à partir de nucléons libres
- Plus E_l est grande, plus le noyau est stable

Énergie de liaison par nucléon

Définition

$$E_{l/A} = \frac{E_l}{A} \quad \text{(en MeV/nucléon)}$$

Signification physique

- Mesure de la stabilité nucléaire
- Permet de comparer des noyaux de tailles différentes
- Maximum pour les noyaux de fer ($A \approx 56$), les plus stables

Exemple :

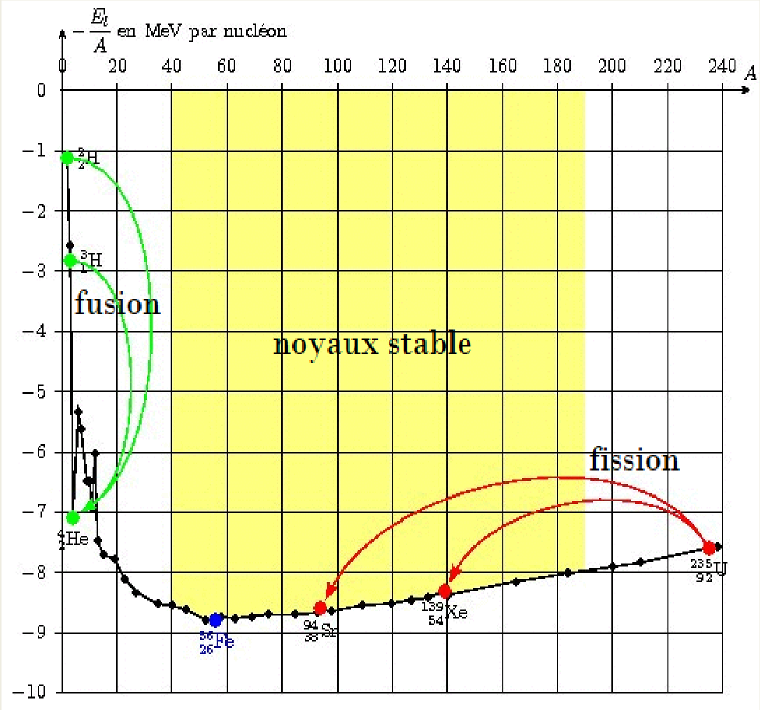
Calcul pour l'uranium 235 :

$$\begin{aligned} m(^{235}U) &= 235.0439\ u \\ \Delta m &= 92m_p + 143m_n - m(^{235}U) \\ &= (92 \times 1.00728 + 143 \times 1.00867 - 235.0439) \times 931.5\ MeV/c^2 \\ &= 1.915\ u \times 931.5\ MeV/c^2 \\ E_l &= 1784\ MeV \\ E_{l/A} &= \frac{1784}{235} = 7.59\ MeV/nucléon \end{aligned}$$

Courbe d'Aston

La courbe d'Aston représente $-E_{l/A}$ en fonction du nombre de masse A :

- Minimum vers $A \approx 56$ (noyaux de fer, les plus stables)
- Comportement caractéristique :
    - Décroissance rapide pour $A < 20$
    - Minimum large pour $20 < A < 195$
    - Croissance lente pour $A > 195$



Allure typique de la courbe d'Aston montrant l'énergie de liaison par nucléon en fonction du nombre de masse A

Interprétation physique

- Noyaux légers : stabilité croissante par fusion
- Noyaux lourds : stabilité croissante par fission
- Pic de stabilité : région du fer/nickel ($A \approx 56 - 60$)

Application

Comparaison de stabilité :

$$\begin{aligned} {}^{4}He &: 7.10\ MeV/nucléon \\ {}^{56}Fe &: 8.79\ MeV/nucléon \\ {}^{235}U &: 7.59\ MeV/nucléon \end{aligned}$$

Bilans énergétiques

Réactions nucléaires générales

Pour une réaction : ${}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 \rightarrow {}^{A_3}_{Z_3}\ X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4$

$$\Delta E = [(m_3 + m_4) - (m_1 + m_2)]c^2$$

Désintégration α

Exemple : ${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}\ Rn + {}^{4}_{2}He$

$$\begin{aligned} \Delta m &= m(Rn) + m(He) - m(Ra) \\ &= 221.9702 + 4.0015 - 225.9770 \\ &= -0.0053\, u \\ \Delta E &= -0.0053 \times 931.5 = -4.937\ MeV \end{aligned}$$

Interprétation :

- Énergie libérée : 4.937 MeV
- Signe négatif : système libère de l'énergie

Désintégration β^-

Exemple : ${}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e$

$$\begin{aligned} \Delta m &= m(Ni) + m(e) - m(Co) \\ &= 59.9154 + 0.000549 - 59.9190 \\ &= -0.003051\, u \\ \Delta E &= -0.003051 \times 931.5 = -2.842\ MeV \end{aligned}$$

Désintégration β^+ (émission de positron)

- Transformation d'un proton en neutron
- Émission d'un positron (e^+) et d'un neutrino (ν_e)
- Équation générale :

$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+ $$

Exemple : Carbone-11

$$ {}^{11}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{5}B + \beta^+ $$

Fusion nucléaire simple

- Combinaison de noyaux légers ($A < 20$)
- Libération d'énergie lorsque $A \leq 56$

Exemple : Fusion deutérium-tritium

$$ {}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + n $$

Fission nucléaire simple

- Cassure de noyaux lourds ($A > 230$)
- Production de neutrons secondaires

Exemple : Fission de l'uranium-235

$$ {}^{235}_{92}U + n \rightarrow {}^{141}_{56}Ba + {}^{92}_{36}Kr + 3n + 200\ MeV $$

Caractéristiques :

- Produits de fission radioactifs
- Réaction en chaîne possible

Application :

Énergie de fission de l'uranium 235 :

$$ {}^{235}U + n \rightarrow {}^{141}Ba + {}^{92}Kr + 3n $$

$$\begin{aligned} m(U) &= 235.0439\, u \\ m(n) &= 1.00867\, u \\ m(Ba) &= 140.9144\, u \\ m(Kr) &= 91.9262\, u \\ \Delta m &= (140.9144 + 91.9262 + 2 \times 1.00867) - (235.0439 + 1.00867) \\ &= -0.186\, u \\ \Delta E &= -0.186 \times 931.5 = -173.3\ MeV \end{aligned}$$